**Кинематика**

Тело, свободно падающее с некоторой высоты, первый участок пути проходит за время  с, а такой же последний – за время ½τ. Найдите полное время падения *t*, если начальная скорость тела равна нулю.

|  |  |
| --- | --- |
| Образец возможного решения (рисунок не обязателен) | |
|  | Если *t* – полное время падения с высоты *H*, то  ⇒ ⇒  ⇒ ⇒ . |
| Ответ: *t* = 1,25 c. | |

В безветренную погоду самолет затрачивает на перелет между городами 6 часов. Если во время полета дует боковой ветер перпендикулярно линии полета, то самолет затрачивает на перелет на 9 минут больше. Найдите скорость ветра, если скорость самолета относительно воздуха постоянна и равна 328 км/ч.

**Ответ**:

|  |  |
| --- | --- |
| Образец возможного решения (рисунок не обязателен) | |
| Уравнение движения для перелета в первом случае: ,  где  – скорость самолета относительно воздуха.  Закон сложения скоростей в векторном виде для перелета во время ветра: ,  где с – скорость самолета относительно Земли, в – скорость ветра. |  |
| Выражение для скорости самолета относительно Земли во втором случае имеет вид: .  Тогда уравнение движения для перелета во втором случае:  .  Следовательно, , Отсюда: .  Ответ: . | |

Наклонная плоскость пересекается с горизонтальной плоскостью по прямой *AB*. Угол между плоскостями α = 30°. Маленькая шайба начинает движение вверх по наклонной плоскости из точки *A* с начальной скоростью *υ*0 = 2 м/с под углом β = 60° к прямой *AB*. В ходе движения шайба съезжает на прямую *AB* в точке *B*. Пренебрегая трением между шайбой и наклонной плоскостью, найдите расстояние *AB*.



|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| Выбор системы координат: ось *x* направлена по прямой *АВ*, ось *y* – вверх по наклонной плоскости перпендикулярно линии *АВ* (см. рис.).  Проекции вектора ускорения свободного падения :  *gx* = 0, *gy* = – *g* sin  Кинематика движения по наклонной плоскости эквивалентна кинематике движения тела, брошенного под углом  к горизонту, в поле тяжести с ускорением *g* sin  (в известных уравнениях кинематики для тела, брошенного под углом  к горизонту, делается замена *g*  *g* sin):    Условие *y* = 0 позволяет найти расстояние *АВ*, исключая время *t* из выписанных уравнений для *x* и *y*: |

Маленький шарик падает сверху на наклонную плоскость и упруго отражается от неё. Угол наклона плоскости к горизонту равен 30°. На какое расстояние по горизонтали перемещается шарик между первым и вторым ударами о плоскость? Скорость шарика в момент первого удара направлена вертикально вниз и равна 1 м/с.

**Ответ**:

|  |  |
| --- | --- |
| Образец возможного решения (рисунок не обязателен) | |
| Уравнения движения шарика имеют вид: , .  В момент второго соударения шарика с плоскостью *x = S*,  *y =* 0, ⇒ |  |
| Совместное решение (1) и (2) приводит к  и .  Из рисунка видно, что  ≈ 0,173 м.  Ответ: *L* ≈ 0,173 м. | |

**Динамика**

Масса Марса составляет 0,1 массы Земли, диаметр у Марса вдвое меньше, чем у Земли. Каково отношение периодов обращения искусственных спутников Марса и Земли  , движущихся по круговым орбитам на небольшой высоте?

|  |
| --- |
| Образец возможного решения (рисунок не обязателен) |
| Ускорение спутника, движущегося со скоростью v вокруг планеты массой М по круговой траектории радиуса R, равно *а* =,  т.е. v = .  Период обращения спутника Т = 2πR/v = 2π.  Следовательно,  =  =  ≈ 1,1 |

Средняя плотность планеты Плюк равна средней плотности Земли, а первая космическая скорость для Плюка в 2 раза больше, чем для Земли. Чему равно отношение периода обращения спутника, движущегося вокруг Плюка по низкой круговой орбите, к периоду обращения аналогичного спутника Земли? Объем шара пропорционален кубу радиуса (V~R3).

|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| Период обращения спутника: , поэтому  .  Спутники движутся по окружностям под действием силы тяготения:  и  ,  где *МП*, *МЗ* и *m* – соответственно, массы Плюка, Земли и спутника. Отсюда  и  . Массы планет  и . При этом *V* ~ *R*3. Следовательно, .  Поскольку плотности равны,  ⇒ . Ответ: . |

Грузовой автомобиль с двумя ведущими осями массой *М* = 4 т тянет за нерастяжимый трос вверх по уклону легковой автомобиль массой *m* = 1 т, у которого выключен двигатель. С каким максимальным ускорением могут двигаться автомобили, если угол уклона составляет α = arcsin 0,1, а коэффициент трения между шинами грузового автомобиля и дорогой μ = 0,2? Силой трения качения, действующей на легковой автомобиль, пренебречь. Массой колес пренебречь.

|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| Максимальная сила тяги, действующая на систему из двух автомобилей в направлении их движения, составляет μ*Mg*cosα, где cos α =  ≈ 1.  Проекция равнодействующей сил, действующих на систему из двух автомобилей, на направление их движения:  *F* = μ*Mg* cos α – *Mg* sin α – *mg* sin α;  Второй закон Ньютона:  *а* =  =  Численное значение ускорения: *а* = 0,6 м/с2. |

К покоящемуся на шероховатой горизонтальной поверхности телу приложена нарастающая с течением времени горизонтальная сила тяги F = bt, где b – постоянная величина. На рисунке представлен график зависимости ускорения тела от времени действия силы. Определите коэффициент трения скольжения.



|  |
| --- |
| **Образец возможного решения** |
| Для момента начала движения (t1 = 2 с) соотношение между приложенной силой и максимальной силой трения покоя: b∙t1 = μmg.  Для момента времени t > t1, соответствующего движению, уравнение II-го закона Ньютона: m*a* = bt – μmg.  При совместном решении этих двух уравнений получаем выражение для коэффициента трения: .  С использованием данных графика (t, *a*) получаем числовой ответ: μ = 0,2. |

Материальные точки массами *m*1 = 100 г и *m*2 = 200 г прикреплены к невесомому стержню, как показано на рисунке. К точке *m*2 прикреплена невесомая пружина жесткостью *k* = 30 Н/м, верхний конец которой закреплен. Длина пружины в недеформированном состоянии *l*0 = 20 см. В начальный момент концы пружины связаны нитью длиной *l* = 10 см. Определите силу реакции стержня, действующую на массу *m*2  сразу после пережигания нити.



|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| 1. В момент пережигания нити на стержень с грузами вниз действуют силы тяжести *m*1*g*, *m*2*g* и пружина с силой *F* = *k*(*l*0 – *l*).  2. Движение системы тел «стержень с грузами» в инерциальной системе отсчета под действием приложенных сил происходит с ускорением *a*, определяемым вторым законом Ньютона:  (*m*1 + *m*2) *a* = (*m*1 + *m*2)*g* + *F*,  откуда  *a* = *g* + *k*  3. Движение груза *m*2 с этим ускорением происходит под действием приложенных к нему сил – силы тяжести *m*2*g* и направленной вниз силы реакции стержня *T* – и подчиняется второму закону Ньютона:  *m*2*a* = *m*2*g* + *T*.  Из этого уравнения определяется реакция стержня    4. Подставляя значения масс, жесткости и удлинения пружины, получим:  Н. |

Полый конус с углом при вершине 2*α* вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, совпадающей с его осью симметрии. Вершина конуса обращена вверх. На внешней поверхности конуса находится небольшая шайба, коэффициент трения которой о поверхность конуса   
равен *μ*. При каком максимальном расстоянии *L* от вершины шайба будет неподвижна относительно конуса? Сделайте схематический рисунок   
с указанием сил, действующих на шайбу.

|  |
| --- |
| Возможное решение |
| С1_sУравнение движения шайбы в векторном виде: .  Проекции уравнения на оси *ОХ* и *ОY* в инерциальной системе отсчёта, связанной с Землёй:    Поскольку ; , система уравнений принимает вид  откуда  *а*цс = . Но .  Следовательно, . |

От удара копра массой 450 кг, падающего свободно с высоты 5 м, свая массой 150 кг погружается в грунт на 10 см. Определите силу сопротивления грунта, считая ее постоянной, а удар – абсолютно неупругим. Изменением потенциальной энергии сваи в поле тяготения Земли пренебречь.

|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| Закон сохранения механической энергии при падении копра до удара:  *m*1*gh*1 = .  Закон сохранения импульса системы тел «копер + свая» при ударе:  *m*1*υ*1= (*m*1 + *m*2)*υ*2.  Связь работы силы сопротивления грунта с изменением кинетической энергии системы тел «копер + свая» после удара:  .  Ответ в общем виде: *F* =  и правильный числовой ответ: *F* ≈ 170 кН. |

На наклонной плоскости находится брусок, связанный с грузом перекинутой через блок нерастяжимой нитью (см рисунок). Угол наклона α плоскости равен 300; масса бруска 2 кг, коэффициент трения бруска о плоскость равна 0,23, масса груза 0,2 кг. В начальный момент времени брусок покоился на расстоянии 5 м от точки А у основания плоскости. Определите расстояние от бруска до точки А через 2 с.

|  |
| --- |
| Образец возможного решения (рисунок обязателен) |
| Система тел «брусок + груз» может двигаться только вдоль наклонной плоскости, и вдоль плоскости на нее действует сумма трех сил: силы тяжести груза F1 = mg, проекции на плоскость силы тяжести бруска F2 = Мgsinα и силы трения Fтр, направленной против направления движения бруска. Если брусок неподвижен, сила трения равна силе трения покоя, её модуль равен модулю разности сил F1 и F2. Максимальное значение модуля этой силы || = μMgcosα. Сила трения уменьшает ускорение бруска и, следовательно, направлена противоположно большей из двух сил F1 и F2. Поскольку |F1| = 0,2⋅10 = 2 (Н), а |F2| = 2⋅10⋅0,5 = 10 (Н), то сила трения направлена противоположно силе F2.    Направим координатную ось 0Х вверх вдоль плоскости, как показано на рисунке, и предположим, что брусок движется вверх. Координата бруска в момент времен t = 0 равна х0. Тогда в момент времени t > 0 имеем:  x = x0 + *a*t2/2; *a* = ; x = x0 +  =  = 5 +  ≈ 1,36 (м)  Ответ: 1,36 м |

Система грузов *M*, *m*1 и *m*2, показанная на рисунке, движется из состояния покоя. Поверхность стола –горизонтальная гладкая. Коэффициент трения между грузами *M* и *m*1 равен μ = 0,2. Грузы *M* и *m*2 связаны легкой нерастяжимой нитью, которая скользит по блоку без трения. Пусть *M*= 1,2 кг, *m*1 = *m*2 = *m*. При каких значениях *m* грузы *M* и *m*1 движутся как одно целое?

μ

*m*2

*m*1

*M*0

|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| *x*  *y*  0    1. Пока грузы *M* и *m*1 движутся как одно целое, будем считать их одним телом *M* + *m* сложной формы. На рисунке показаны внешние силы, действующие на это тело и на груз *m*2.  2. Будем считать систему отсчета, связанную со столом, инерциальной. Запишем второй закон Ньютона для каждого из тел в проекциях на оси *Ox* и *Oy* введенной системы координат:    Учтем, что  (нить легкая, скользит по блоку без трения),  (нить нерастяжима), и сложим уравнения.  Получим:  , откуда .  3. Рассмотрим груз *m*1 отдельно. Запишем для него второй закон Ньютона в проекциях на оси *Ox* и *Oy* и учтем, что груз *m*1 покоится относительно груза *M*:  *M*  *m*1          Получим:  , откуда .  Решая неравенство    относительно *m*, получим:  кг. |

**Статика**

Определите массу груза, который нужно сбросить с аэростата массой 1100 кг, движущегося равномерно вниз, чтобы аэростат стал двигаться с такой же по модулю скоростью вверх. Архимедова сила, действующая на аэростат, равна 104 Н. Силу сопротивления воздуха при подъеме и спуске считайте одинаковой.

|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| Условие равновесия в случае равномерного движения шара массой *m*:  .  В проекциях на вертикаль отсюда получаем  при движении вниз:  *F*A – *mg* + *F*сопр = 0,  при движении вверх после сброса груза Δ*m*:  *F*A – (*m* – Δ*m*)*g* – *F*сопр = 0.  Сложив эти два уравнения, получим: 2*F*A = (2*m* – Δ*m*)*g*.  Отсюда следует значение массы сброшенного груза: Δ*m* = 2,  Ответ: Δ*m* = 200 кг. |

В сосуде (см. рисунок) находится система тел, состоящая из блока с перекинутой через него нитью, к концам которой привязаны тело объёмом *V* и пружина жёсткостью *k*. Нижний конец пружины прикреплён ко дну сосуда. Как изменится сила натяжения нити, действующая на пружину, если эту систему целиком погрузить в жидкость плотностью ρ? (Считать, что трение в оси блока отсутствует.)

|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| С помощью второго закона Ньютона выразим силу натяжения нити *Т*1 до погружения системы в жидкость:  *mg* – *T*1 = 0. (1)  То же − для случая, когда система погружена в жидкость, с учетом силы Архимеда:  *mg* – *T*2 − ρ*Vg* = 0. (2)  Теперь с помощью уравнений (1)–(2) можно найти изменение силы натяжения нити: Δ*Т* = *Т*2 − *Т*1 = −ρ*Vg*. |

**Законы сохранения**

**С2.** Брусок массой *m*1 = 600 г, движущийся со скоростью *υ*1 = 2 м/с, сталкивается с неподвижным бруском массой *m*2 = 200 г. Какой будет скорость первого бруска после столкновения? Удар считать центральным и абсолютно упругим.

|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| Закон сохранения импульса системы двух тел:  ,  или в проекциях на направление движения бруска (ось *Ox*):    Закон сохранения механической энергии системы двух тел:    Выполнив математические преобразования, получим ответ в общем виде:  и числовой ответ:  1 м/с. |

Небольшая шайба после удара скользит вверх по наклонной плоскости из точки А(см. рисунок). В точке В наклонная плоскость без излома переходит в наружную поверхность горизонтальной трубы радиусом *R*. Если в точке А скорость шайбы превосходит *υ*0 = 4 м/с, то в точке В шайба отрывается от опоры. Длина наклонной плоскости АВ = *L* = 1 м, угол α = 30°. Коэффициент трения между наклонной плоскостью и шайбой μ = 0,2. Найдите внешний радиус трубы *R*.



|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| Изменение механической энергии шайбы за счет работы силы трения:  (1)  В точке В условием отрыва будет равенство центростремительного ускорения величине нормальной составляющей ускорения свободного падения:  (2)  Из (1) и (2) находим внешний радиус трубы *R*:  м. |

Брусок массой m1 = 500 г соскальзывает по наклонной плоскости с высоты h = 0,8 м и, двигаясь по горизонтальной поверхности, сталкивается с неподвижным бруском массой m2 = 300 г. Считая столкновение абсолютно неупругим, определите общую кинетическую энергию брусков после столкновения. Трением при движении пренебречь. Считать, что наклонная плоскость плавно переходит в горизонтальную.

|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| Кинетическая энергия брусков после столкновения , где v – скорость системы после удара, определяемая из закона сохранения импульса на горизонтальном участке: .  Исключая из системы уравнений скорость v, получим:  . Кинетическая энергия первого бруска перед столкновением определяется из закона сохранения механической энергии при скольжении по наклонной плоскости: , что дает выражение  Следовательно  Подставляя значения, получим *h*= 0,8 м. |

Шар массой 1 кг, подвешенный на нити длиной 90 см, отводят от положения равновесия на угол 60º и отпускают. В момент прохождения шаром положения равновесия в него попадает пуля массой 10 г, летящая навстречу шару со скоростью 300 м/с. Она пробивает его и вылетает горизонтально со скоростью 200 м/с, после чего шар продолжает движение в прежнем направлении. На какой максимальный угол отклонится шар после попадания в него пули? (Массу шара считать неизменной, диаметр шара пренебрежимо малым по сравнению с длиной нити.)



|  |
| --- |
| Образец возможного решения (рисунок не обязателен) |
| Из закона сохранения механической энергии находится скорость шара в нижней точке до попадания пули: .  Из закона сохранения импульса определяется скорость шара в нижней точке после попадания и вылета пули:  .  Закон сохранения механической энергии шара после попадания и вылета пули: .  Следовательно, угол отклонения определяется равенством:  ,  или . |

Два шарика, массы которых отличаются в 3 раза, висят, соприкасаясь, на вертикальных нитях (см. рисунок). Легкий шарик отклоняют на угол 90° и отпускают без начальной скорости. Каким будет отношение кинетических энергий тяжелого и легкого шариков тотчас после их абсолютно упругого центрального удара?



|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| Закон сохранения механической энергии при ударе (*V* и  – проекции скоростей тел на направление скорости налетающего легкого шарика):  (1)  Закон сохранения импульса при ударе:  (2)  Решая систему уравнений (1) – (2) с учетом условия *M* = 3*m*,  получаем:  Ответ: |

Шарик массой *m* = 0,1 кг на нити длиной *L*= 0,4 м раскачивают так, что каждый раз, когда шарик проходит положение равновесия, на него в течение короткого промежутка времени *t* = 0,01 с действует сила *F* = 0,1 Н, направленная параллельно скорости. Через сколько полных колебаний шарик на нити отклонится на 60°?

|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| 1) Из выражения, связывающего изменение импульса шарика с импульсом приложенной силы, найдем скорость шарика при прохождении положения равновесия после *N* полных колебаний (учитывая тот факт, что за одно полное колебание сила подействует дважды): *υ* = 2*N*.  2) Из закона сохранения механической энергии получим формулу, связывающую высоту подъема шарика *h* со скоростью, полученной им после действия силы; из геометрического построения установим связь между высотой поднятия шарика и углом отклонения нити α:  = *mgh* = 2*mgL*sin2.  3) Формула для искомой величины:  . Числовой ответ: *N* = 100 колебаний. |

На космическом аппарате, находящемся вдали от Земли, начал работать реактивный двигатель. Из сопла ракеты ежесекундно выбрасывается 2 кг газа ( = 2 кг/с) со скоростью *υ* = 500 м/с. Исходная масса аппарата *М* = 500 кг. Какую скорость *u* приобретет аппарат, пройдя расстояние *S* = 36 м? Начальную скорость аппарата принять равной нулю. Изменением массы аппарата за время движения пренебречь.

|  |
| --- |
| **Образец возможного решения (рисунок не обязателен)** |
| Закон сохранения импульса для системы «аппарат + газ, выброшенный за интервал времени ∆*t*»: 0 = *M*∙∆*u* – ∙*υ*∙∆*t*;  формула для ускорения аппарата: *а* = ;  формула для скорости равноускоренного движения аппарата из состояния покоя: *u* = .  Выполнив математические преобразования, получим ответ в общем виде: *u* = *.* Ответ: *u* = 12 м/с. |

Кусок пластилина сталкивается со скользящим навстречу по горизонтальной поверхности стола бруском и прилипает к нему. Скорости пластилина и бруска перед ударом направлены противоположно и равны vпл = 15 м/с и vбр = 5 м/с. Масса бруска в 4 раза больше массы пластилина. Коэффициент трения скольжения между бруском и столом μ = 0,17. На какое расстояние переместятся слипшиеся брусок с пластилином к моменту, когда их скорость уменьшится в 2 раза?

|  |
| --- |
| Образец возможного решения (рисунок не обязателен) |
| Пусть m – масса куска пластилина, M – масса бруска, u0 – начальная скорость бруска с пластилином после взаимодействия.  Согласно закону сохранения импульса: Mvбр – mvпл = (M + m)u0.  Так как M = 4m и vбр = vпл, то 4mvпл – mvпл = 5mu0,  4mvпл – 3mvпл = 15mu0 и u0 = vпл.  По условию конечная скорость бруска с пластилином u = 0,5 u0.  По закону сохранения и изменения механической энергии:  =  + μ(M + m)gS, и получаем:  =  + 5mμgS, ⋅vпл2 – ⋅vпл2=μgS и  S = ⋅ =  ≈ 0,22 (м).  Ответ: S = 0,22 м. |

Пуля летит горизонтально со скоростью *υ*0 = 150 м/с, пробивает стоящий на горизонтальной поверхности льда брусок и продолжает движение в прежнем направлении со скоростью . Масса бруска в 10 раз больше массы пули. Коэффициент трения скольжения между бруском и льдом μ = 0,1. На какое расстояние *S* сместится брусок к моменту, когда его скорость уменьшится на 10%?

|  |
| --- |
| Образец возможного решения (рисунок не обязателен) |
| Пусть *m* – масса пули, *M* – масса бруска, *u*0 – начальная скорость бруска после взаимодействия с пулей. Согласно закону сохранения импульса  *mυ*0 = *m* + *Mu*0.  Так как *M* = 10*m*, то  *mυ*0 = *m* + 10 *mu*0 ⇒ *u*0 = *υ*0.  Конечная скорость бруска *u* = 0,9*u*0.  Изменение механической энергии бруска равно работе силы трения:  ⇒  ⇒  ⇒ ⇒ .  Ответ: *S* = 9,5 м. |

Начальная скорость снаряда, выпущенного из пушки вертикально вверх, равна 500 м/с. В точке максимального подъема снаряд разорвался на два осколка. Первый упал на землю вблизи точки выстрела, имея скорость в 2 раза больше начальной скорости снаряда, а второй в этом же месте – через 100 с после разрыва. Чему равно отношение массы первого осколка к массе второго осколка? Сопротивлением воздуха пренебречь.

|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| Согласно закону сохранения энергии, высоту подъема снаряда можно рассчитать по формуле: *m*g*h* =  ⇒ *h* = .  Из закона сохранения энергии определяем начальную скорость первого осколка:  = *m*1g*h* +  ⇒ 1 =  =  = 0.  Начальная скорость 2  второго осколка после разрыва снаряда определяется кинематически:  *y*(*t*) = *h* + 2 *t* –  =  + 2 *t* – = 0,  где *t* — время полета второго осколка.  Отсюда 2 = .  Согласно закону сохранения импульса в момент разрыва снаряда,  *m*11 = *m*22 ⇒  =  =  ≈ 0,43.  Ответ:  ≈ 0,43. |

Снаряд массой 4 кг, летящий со скоростью 400 м/с, разрывается на две равные части, одна из которых летит в направлении движения снаряда, а другая – в противоположную сторону. В момент разрыва суммарная кинетическая энергия осколков увеличилась на величину *E*. Скорость осколка, летящего по направлению движения снаряда, равна 900 м/с. Найдите *E*.

|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| Введем обозначения:  2*m* – масса снаряда до взрыва;  *υ*0 – модуль скорости снаряда до взрыва;  *υ*1 – модуль скорости осколка, летящего вперед;  *υ*2 – модуль скорости осколка, летящего назад.  Система уравнений для решения задачи:    Выразим *υ*2 из первого уравнения: *υ*2 = *υ*1 – 2*υ*0 и подставим во второе уравнение. Получим:  Отсюда следует:  Ответ Δ*Е* = 0,5 МДж. |

Небольшая шайба после толчка приобретает скорость  и скользит по внутренней поверхности гладкого закреплённого кольца радиусом  На какой высоте *h* шайба отрывается от кольца и начинает свободно падать?

*R*

*h*



■

|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| В момент отрыва от кольца на высоте *h* шайба имела скорость *u*, определяемую из закона сохранения энергии:  .  При этой скорости ее центростремительное ускорение  в инерциальной системе отсчета *Оху*, связанной с Землёй, в соответствии со вторым законом Ньютона обеспечивалось составляющей силы тяжести, действующей на шайбу и направленной к центру кольца:  α  *mg*  *у*  *х*  *О*  *u*    Учитывая, что , исключим из системы уравнений *а*цс и *u*:  .  Отсюда  Ответ: . |

Шайба массой *m* начинает движение по желобу *AB* из точки *А* из состояния покоя. Точка *А* расположена выше точки *В* на высоте *H* = 6 м. В процессе движения по желобу механическая энергия шайбы из-за трения уменьшается на Δ*E* = 2 Дж. В точке *В* шайба вылетает из желоба под углом α = 15° к горизонту и падает на землю в точке *D*, находящейся на одной горизонтали с точкой *В* (см. рисунок). *BD* = 4 м. Найдите массу шайбы *m*. Сопротивлением воздуха пренебречь.



|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| 1. Скорость шайбы *υ* в точке *В* определяется из баланса ее энергии в точках *А* и *В* с учетом потерь на трение:     Отсюда     1. Время полета шайбы из точки *В* в точку *D* определяется из условия:     где *y* – вертикальная координата шайбы в системе отсчета с началом координат в точке *В*. Отсюда     1. Дальность полета *BD* определяется из выражения для горизонтальной координаты шайбы в той же системе отсчета:      1. Подставляя в выражение для *BD* значение 2, получаем      1. Отсюда масса шайбы:   Ответ: *m* = 0,1 кг. |

При выполнении трюка «Летающий велосипедист» гонщик движется по трамплину под действием силы тяжести, начиная движение из состояния покоя с высоты *Н* (см. рисунок). На краю трамплина скорость гонщика направлена под углом α = 30° к горизонту. Пролетев по воздуху, гонщик приземляется на горизонтальный стол, находящийся на той же высоте, что и край трамплина. Какова высота полета *h* на этом трамплине? Сопротивлением воздуха и трением пренебречь.



|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| Модель гонщика – материальная точка. Считаем полет свободным падением с начальной скоростью , направленной под углом α к горизонту. Дальность полета определяется из выражения . А высота полета . Модуль начальной скорости определяется из закона сохранения энергии , так что . При α = 30° получаем .  Ответ: высота подъема . |

На гладкой горизонтальной плоскости покоится длинная доска массой *M* = 2 кг. На доске лежит шайба массой *m* = 0,5 кг. В начальный момент времени шайбе щелчком сообщили скорость *υ*0 = 2 м/с. Коэффициент трения между шайбой и доской μ = 0,2. Сколько времени потребуется для того, чтобы шайба перестала скользить по доске?



|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| 1. Внешние силы, действующие на систему тел «доска – шайба», направлены по вертикали и в сумме равны нулю. Импульс системы тел «доска – шайба» относительно Земли сохраняется:  *mυ*0 = (*M* + *m*)*υ*,  где *υ* – скорость шайбы и доски после того, как шайба перестала скользить по доске.  2. Сила трения, действующая на доску со стороны шайбы, постоянна и равна  *F*тр = μ*m*g.  3. Под действием этой силы доска движется с ускорением *a* = μ*g* и достигает скорости *υ* за время 0,8 с.  Ответ: τ = 0,8 с. |

**Колебания и волны**

Нить маятника длиной *l* = 1 м, к которой подвешен груз массой *m* = 0,1 кг, отклонена на угол α от вертикального положения и отпущена. Начальная скорость груза равна нулю. Модуль силы натяжения нити в момент прохождения маятником положения равновесия равен *Т* = 2 Н. Чему равен угол α?

|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| Ускорение, вызванное суммой действующих на груз сил тяжести и натяжения нити (второй закон Ньютона), в момент прохождения маятником положения равновесия равно центростремительному ускорению. В проекциях на вертикаль получаем: *a* = .  Закон сохранения механической энергии для груза маятника: в состоянии максимального отклонения энергия является потенциальной (*U*), а в момент прохождения положения равновесия – кинетической (за начало отсчета *U* выбрано нижнее положение груза):  .  Ответ в алгебраической и численной форме:  , . |

Однородный цилиндр с площадью поперечного сечения 10–2 м2 плавает на границе несмешивающихся жидкостей с плотностью 800 кг/м3 и 1000 кг/м3 (см. рисунок). Пренебрегая сопротивлением жидкостей, определите массу цилиндра, если период его малых вертикальных колебаний  c.



|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| При выведении цилиндра из положения равновесия возникает возвращающая сила, имеющая проекцию на вертикальную ось, равную .  Поскольку эта сила пропорциональна смещению *x*, период малых собственных колебаний можно найти по формуле:  , где .  Тогда  кг. |

Брусок, покоящийся на горизонтальном столе, и пружинный маятник, состоящий из грузика и легкой пружины, связаны легкой нерастяжимой нитью через идеальный блок (см. рисунок). Коэффициент трения между основанием бруска и поверхностью стола равен 0,3. Отношение массы бруска к массе грузика равно 8. Грузик маятника совершает колебания с частотой 2 Гц вдоль вертикали, совпадающей с вертикальным отрезком нити. Какова максимально возможная амплитуда этих колебаний, при которой они остаются гармоническими?



|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| Введем обозначения:  *M* – масса бруска;  μ – коэффициент трения между бруском и столом;  *m* – масса грузика пружинного маятника;  *k* – жесткость пружины маятника;  *A* – амплитуда колебаний пружинного маятника;  ν – частота колебаний пружинного маятника.  Удлинение пружины при равновесии маятника:  Частота гармонических колебаний пружинного маятника:  Колебания грузика остаются гармоническими, если совместно выполнены два условия.  1) Верхний конец пружины в процессе колебаний неподвижен.  2) Пружина и нить все время натянуты, поэтому грузик нигде не переходит в режим свободного падения.  Из первого условия следует, что в крайнем нижнем положении грузика, когда удлинение пружины равно *x*0 + A, сила натяжения нити, равная по модулю упругой силе пружины, недостаточна для того, чтобы сдвинуть брусок: .  Отсюда  В нашем случае отсюда получаем  Из второго условия следует, что в крайнем верхнем положении грузика, когда удлинение пружины равно *x*0 – A, пружина растянута или не напряжена, но не сжата, откуда  В нашем случае отсюда получаем  Колебания грузика будут гармоническими при совместном выполнении этих условий: |

. На планете Плюк местный школьник решил определить ускорение свободного падения g. Он взял чашу со сферическим очень скользким дном радиуса кривизны R и положил неподалеку от нижней точки О дна маленькую монету (см. рисунок). Монета стала совершать колебания около точки О с частотой 4 Гц. Согласно расчетам школьника, на планете Плюк *g* = 8 м/c2. Определите значение R.

Ответ:

|  |
| --- |
| Образец возможного решения |
| С точки зрения механики движение монеты в чаше аналогично движению груза математического маятника при его колебаниях: траектория движения обоих тел — дуга окружности, и оба они движутся под действием силы тяжести и силы, перпендикулярной траектории в каждой ее точке. Различие лишь в том, что у математического маятника радиус траектории равен длине L нити и сила, перпендикулярная траектории, является силой упругости нити, а в опыте школьника радиус траектории монеты определяется радиусом R кривизны внутренней поверхности чаши, а вместо силы упругости нити выступает сила упругости чаши. Следовательно, можно воспользоваться формулой частоты гармонических колебаний математического маятника, заменив в ней L на R: . Отсюда: (м).  Ответ: R = 0,5 м. |